VICE-COLONELLI EUGENII CORSONICH
CIRCULI QUADRATURA
NOVISSIMA ET BREVISSIMA DE PRÆJUDICIIS ADVERSARIORUM SOLENNITER TRIUMPHANS.

PROBLEMA I.

§. 1. *Determinare ſummam exceſſus & defectus 2 quantitatum, quarum altera exceſſiva, h. e. major verâ, altera defectiva, h. e. minor verâ.*

Sit quantitas exceſſiva $= a$, exceſſus ejus ſupra veram $= x$, & defectus quantitatis defectivæ à vera $= y$: erit quantitas vera $= a - x$, & defectiva $= a - x - y$, quæ ablata ex exceſſiva a, relinquit differentiam $x + y$.

Theorema. *Differentia 2 quantitatum, quarum altera exceſſiva, altera defectiva, eſt ipſa ſumma exceſſus & defectus.*

§. 2. *Corollarium.* Ablata itaque quantitate defectiva ex exceſſiva, relinquitur ſumma exceſſus & defectus.

PROBLEMA II.

§. 3. *Determinare ſummam 2 fractionum diverſæ denominationis, quarum numerator eſt unitas. Et viciſſim ex hujusmodi ſumma invenire utramque fractionem gaudentem numeratore* $= 1$.

Sint denominatores partium ſeu fractionum addendarum $= m$ & o; numerator autem utriusque ſit unitas: erunt partes ipſæ $= \frac{1}{m}$ & $\frac{1}{o} = \frac{o}{mo}$ & $\frac{m}{mo}$, quarum ſumma eſt itaque $\frac{o+m}{mo}$; ex quo ſequitur

Theorema: *Si numerator 2 fractionum diverſæ denominationis eſt unitas; debet ſummæ numerator eſſe aggregatum, & denominator factum ex earum denominatoribus. Et viciſſim: Si numerator ſummæ eſt aggregatum ex utroque factore denominatoris ſui; neceſſe eſt, ut unus factor ſit denominator unius partis, alter factor denominator alterius, & unitas numerator utriusque partis.*

PROBLEMA III.

§. 4. *Determinare tam exceſſum, quàm defectum 2 quantitatum (peripheriarum, circulorum, ſegmentorum, ſphærarum &c.), quarum altera inventa fuit per rationem exceſſivam, altera per defectivam.*

Sit quantitas cognita (diameter, quadratum diametri, cubus diametri) $= c$, ratio ejus ad quantitatem incognitam, quæ inveſtigatur, exceſſiva $a : b$ & defectiva $d : e$: erunt quantitates per utramque rationem inveſtigatæ $= \frac{bc}{a}$ & $\frac{ec}{d} = \frac{dbc}{ad}$ & $\frac{aec}{ad}$, quæ ex ſe

invi-

invicem ablatæ, relinquunt per §. 2. ſummam exceſſus & defectus $= \frac{dbc - aec}{ad}$. Sit jam ejus numerator $dbc - aec =$ denominatoribus $d + a$ quantitatis defectivæ & exceſſivæ: quoniam æqualia inter ſe poſſunt permutari, & unum poteſt in locum alterius ſubſtitui; erit eadem ſumma exceſſus & defectus $= \frac{d+a}{ad}$, cujus numerator cum ſit aggregatum ex utroque factore d & a denominatoris ſui ad; nequeunt partes hanc ſummam conſtituentes, ut patet ex §. 3tio, eſſe aliæ, niſi $\frac{1}{a}$ & $\frac{1}{d}$, quarum altera neceſſariò debet eſſe exceſſus, altera defectus, ſiquidem junctim ſumtæ efficiunt præcisè ſummam utriusque. Et quoniam quantitas exceſſiva $\frac{bc}{a}$ componitur ex vera atque exceſſu, & $\frac{1}{a}$ eſt ejus pars homogenea; dubitari nequit, quin $\frac{1}{a}$ ſit ejus exceſſus, & per conſequens $\frac{1}{d}$ defectus quantitatis defectivæ $\frac{ec}{d}$; ex quo fluit

Theorema: *Si numerator ſummæ exceſſus & defectus eſt aggregatum ex denominatoribus quantitatis defectivæ & exceſſivæ; neceſſe eſt, ut denominator exceſſus ſit idem ac quantitatis exceſſivæ, denominator defectus idem ac quantitatis defectivæ, & numerator utriusque unitas.*

§. 5. *Corollarium* I. Poſitis igitur diametro $c = 2$, ratione ejus ad periph. exceſſiva $a : b = 4 : 13$, & defectivâ $d : e = 12 : 37$, emergunt peripheriæ $\frac{26}{4}$ & $\frac{74}{12} = \frac{312}{48}$ & $\frac{296}{48}$, quæ ex ſe invicem ablatæ, relinquunt per §. 2. ſummam exceſſus & defectus $= \frac{16}{48}$, cujus numerator eſt $= d + a, = 12 + 4$. Ergo per §. 4. exceſſus eſt $\frac{1}{4}$ & defectus $\frac{1}{12}$: conſequenter peripheria vera $\frac{26}{4} - \frac{1}{4} = \frac{25}{4}$, vel $\frac{74}{12} + \frac{1}{12} = \frac{75}{12}$ & ad diametrum 2 ut 25 : 8. Deinde poſitis diametro $= 4$, ratione ejus ad periph. exceſſiva 6 : 19 & defectivâ 10 : 31 prodeunt peripheriæ $\frac{76}{6}$ & $\frac{124}{10} = \frac{760}{60}$ & $\frac{744}{60}$, quæ ex ſe invicem ablatæ, relinquunt ſummam exceſſus & defectus $= \frac{16}{60}$, cujus numerator eſt $= d + a = 10 + 6$: adeoque exceſſus eſt $\frac{1}{6}$ & defectus $\frac{1}{10}$: conſequenter periph. vera $\frac{76}{6} - \frac{1}{6} = \frac{75}{6}$, vel $\frac{124}{10} + \frac{1}{10} = \frac{125}{10}$ & ad diametrum 4, ut 25 : 8. Poſitis porro diametro $= 8$, ratione ejus ad periph. exceſſiva 7 : 22 & defectivâ 9 : 28, oriuntur peripheriæ $\frac{176}{7}$ & $\frac{224}{9} = \frac{1584}{63}$ & $\frac{1568}{63}$, quæ ex ſe invicem ablatæ, relinquunt ſummam exceſſus & defectus $= \frac{16}{63}$, cujus numerator eſt $= d + a = 9 + 7$: unde exceſſus eſt $\frac{1}{7}$ & defectus $\frac{1}{9}$: conſequenter periph. vera $\frac{176}{7} - \frac{1}{7} = \frac{175}{7}$; vel $\frac{224}{9} + \frac{1}{9} = \frac{225}{9}$ & ad diametrum 8, ut 25 : 8. Aſſumtis denique diametro $= 2$, ratione ejus ad periph. exceſſiva 20 : 63, & defectiva 4 : 12, naſcuntur peripheriæ $\frac{126}{20}$ & $\frac{24}{4} = \frac{504}{80}$ & $\frac{480}{80}$,

quæ

quæ ex se invicem ablatæ, relinquunt summam excessus & defectus $= \frac{24}{80}$, cujus numerator est $= d + a = 4 + 20$. Ergo excessus est $\frac{1}{20}$ & defectus $\frac{1}{4}$: consequenter periph. vera $\frac{126}{20} - \frac{1}{20} = \frac{125}{20}$; vel $\frac{24}{4} + \frac{1}{4} = \frac{25}{4}$ & diametrum 2 ut 25 : 8.

§. 6. *Corollarium* II. Assumtis diametro $= 1$, & 7 paribus rationum ejus ad periph. sequentibus: 56 : 176 & 72 : 224; 48 : 151 & 40: 124; 40 : 126 & 32 : 99; 32 : 101 & 24: 74; 24 : 76 & 16 : 49; 16 : 51 & 8 : 24; 8 : 26 & 48 : 149, prodeunt 7 peripheriæ excessivæ totidemque defectivæ; ablatis deinde posteriori-bus ex prioribus, relinquuntur 7 differentiæ seu summæ excessus & defectus (§. 2.), quarum numeratores singuli sunt $= d + a$: unde numerator tam excessus cujuslibet periph. excessivæ, quàm defectûs cujuslibet defectivæ per §. 4. est $= 1$, h. e. $=$ diametro ipsi. Jam cum excessus & defectus peripheriarum sint in ratione diametrorum; palam est, numeratorem utriusque semper evadere $=$ diametro, quo-modocunque hæc crescat. Auferendo itaque ex periph. excessiva dia-metri cujuscunque numeratorem excessus $=$ *diametro;* vel addendo ad pe-ripheriam defectivam diametri cujuscunque numeratorem defectus $=$ *diametro*, prodit illico periph. vera.

§. 7. Scholion. *Hoc pacto periph. vera per quamvis prædi-ctarum rationum fere tam facilè determinatur ac per veram* 8 : 25. *E. gr. periph. diam.* 4. *per rationem exces.* 16: 51 *inventa, est* $\frac{204}{16}$: *ergo vera est* $\frac{204}{16} - \frac{4}{16} = \frac{200}{16}$; *periph. diam.* 6 *per rationem defe-ctivam* 8 : 24 *reperta, est* $\frac{144}{8}$: *ergo vera est* $\frac{144}{8} + \frac{6}{8} = \frac{150}{8}$, *& ita porro.*

§. 8. *Corollarium* III. Multiplicando periph. 25 per 2, h. e. per 4tam partem diametri 8, oritur circulus 50, ex cujus dimidio 25 lunula 16 ablata, relinquit segmentum 9. Multiplicando au-tem periph. 25 per diametrum 8, nascitur superficies sphæræ 200, quæ deinde ducta in $\frac{8}{6}$, h. e. in 6tam partem diametri, manifestat sphæram integram $\frac{1600}{6}$. Est igitur quadratum diametri ad aream circuli, ut 64: 50 $=$ 32 : 25; ad segmentum autem, ut 64: 9. Jam verò cubus diam. est ad sphæram ut 512 : $\frac{1600}{6}$, h. e. multipli-cando utrinque per 6, & dividendo deinde per 64, ut 48 : 25.

§. 9. *Corollarium* IV. Assumtis diam. quadrato $c = 4$, ratio-ne ejus ad circulum excessiva $a : b = 24 : 19$ & defectivâ $d : e = 40 : 31$, prodeunt circuli $\frac{76}{24}$ & $\frac{124}{40} = \frac{3040}{960}$ & $\frac{2976}{960}$, qui ex se in-vicem ablati, relinquunt summam excessus & defectus $\frac{64}{960}$, cujus nu-merator est $= d + a = 40 + 24$. Ergo per §. 4tum excessus est $\frac{1}{24}$ & defectus $\frac{1}{40}$: consequenter circulus verus $\frac{76}{24} - \frac{1}{24} = \frac{75}{24}$; vel $\frac{124}{40} + \frac{1}{40} = \frac{125}{40}$ & ad diam. quadratum 4, ut 25 : 32. Deinde positis diam. quadrato $= 16$, ratione ejus ad circulum excessivâ 14 : 11 & defe-ctivâ 18 : 14, emergunt circuli $\frac{176}{14}$ & $\frac{224}{18} = \frac{3168}{252}$ & $\frac{3136}{252}$, qui ex se invicem ablati, relinquunt summam excessus & defectus $\frac{32}{252}$, cu-

jus

jus numerator est $= d + a = 18 + 14$. Ergo per §. 4tum excessus est $\frac{1}{14}$ & defectus $\frac{1}{18}$: consequenter circulus verus $\frac{176}{14} - \frac{1}{14} = \frac{175}{14}$; vel $\frac{224}{18} + \frac{1}{18} = \frac{225}{18}$ & ad diam. quadratum 16, ut 25 : 32. Est igitur diameter ad periph. ut 8 : 25 (§. 8).

§. 10. *Corollarium* V. Assumtis diam. quadrato $= 4$, ratione ejus ad segmentum excessiva $a : b = 48 : 7$ & defectivâ $d : e = 16 : 2$, prodeunt segmenta $\frac{28}{48}$ & $\frac{8}{16} = \frac{448}{768}$ & $\frac{384}{768}$, quæ ex se invicem ablata, relinquunt summam excessus & defectus $\frac{64}{768}$, cujus numerator est $= d + a = 16 + 48$. Ergo per §. 4. excessus est $\frac{1}{48}$ & defectus $\frac{1}{16}$: consequenter segmentum verum $\frac{28}{48} - \frac{1}{48} = \frac{27}{48}$; vel $\frac{8}{16} + \frac{1}{16} = \frac{9}{16}$ & ad diam. quadratum 4, ut 9 : 64. Sit porro diam. quadratum $= 16$, ratio ejus ad segmentum excessiva 28 : 4 & defectiva 36 : 5: erunt segmenta $\frac{64}{28}$ & $\frac{80}{36} = \frac{2304}{1008}$ & $\frac{2240}{1008}$, quæ ex se invicem ablata, relinquunt summam excessus & defectus $\frac{64}{1008}$, cujus numerator est $= d + a = 36 + 28$: ergo excessus est $\frac{1}{28}$ & defectus $\frac{1}{36}$: consequenter segmentum verum $\frac{64}{28} - \frac{1}{28} = \frac{63}{28}$; vel $\frac{80}{36} + \frac{1}{36} = \frac{81}{36}$ & ad diam. quadratum 16, ut 9 : 64 Est igitur diameter ad periph. ut 8 : 25 (§. 8).

§. 11. *Corollarium* VI. Assumtis diam. cubo $c = 8$, ratione ejus ad sphæram excessiva $a : b = 42 : 22$ & defectivâ $d : e = 54 : 28$, prodeunt sphæræ $\frac{176}{42}$ & $\frac{224}{54} = \frac{9504}{2268}$ & $\frac{9408}{2268}$, quæ ex se invicem ablatæ, relinquunt summam excessus & defectus $\frac{96}{2268}$, cujus numerator est $= d + a = 54 + 42$. Ergo per §. 4tum excessus est $\frac{1}{42}$ & defectus $\frac{1}{54}$: consequenter sphæra vera $\frac{176}{42} - \frac{1}{42} = \frac{175}{42}$; vel $\frac{224}{54} + \frac{1}{54} = \frac{225}{54}$ & ad cubum diametri $= 8$, ut 25 : 48. Est igitur diameter ad periph. ut 8 : 25 (§. 8).

§. 12. Scholion. *Ex his omnibus luculenter patet, etiam quadraturam aliarum quantitatum (parabolæ, hyperbolæ &c.) hoc modo posse determinari, dummodo numerator summæ excessus & defectus sit* $=$ d $+$ a. *De quodam problemate quadrandæ lunulæ inserviente scripsit mihi ante triennium Excell. D. Hambergerus Doctor & Prof. Phil. nec non Mathematicus summus ita:* „Perinde mihi videtur hoc „tuum problema, ac siquis dicat: *habeo in mente fractionem mino-* „*rem quam* $\frac{1}{2}$ *& majorem quam* $\frac{1}{3}$, *dic tu ergo, quam fractionem* „*nunc cogitem. Jam quì scire potero ego, quam ille fractionem* „*in mente premat, siquidem inter* $\frac{1}{2}$ *&* $\frac{1}{3}$ *sunt infinitæ fractiones in-* „*termediæ. Eodem modo se habet hoc tuum problema. Hic enim* „*lunulam respondentem diam. quadrato* 1 *spectas ut fractionem in-* „*cognitam minorem* $\frac{36}{140}$ *& majorem* $\frac{44}{180}$. . . „ *Hæc objectio per problemata præcedentia illico corruit: nam lunulæ* $\frac{36}{140}$ *&* $\frac{44}{180} = \frac{6480}{25200}$ *&* $\frac{6160}{25200}$ *ablatæ ex se invicem, relinquunt per* §. 2. *summam excessus & defectus* $\frac{320}{25200}$, *cujus numerator est* $=$ d $+$ a $= 180 + 140$. *Ergo per* §. 4. *excessus est* $\frac{1}{140}$ *& defectus* $\frac{1}{180}$: *consequenter lunula vera* $\frac{35}{140}$, vel $\frac{45}{180} = \frac{1}{4}$. *De rationibus variis pro inveniendis quantitatibus excessivis & defectivis fusissimè tractatur in mea* Vera quadratura Circuli decies demonstrata.